

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΠΓΕΠΑΛ

10/4/2021

ΘΕΜΑ Α

A1) Αν x_1, x_2, \dots, x_k , $k \leq v$, είναι οι τιμές μίας μεταβλητής X , τότε να αποδείξετε ότι ισχύει

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$$

(Μονάδες 5)

A2) Να δώσετε τον ορισμό της (απόλυτης) συχνότητας v_i της τιμής x_i , $i \in \{1, 2, \dots, k\}$, $k \leq v$, μίας μεταβλητής X .

(Μονάδες 5)

A3) Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Να δώσετε τον ορισμό της (πρώτης) παραγώγου της f .

(Μονάδες 3)

A4) Τι εκφράζει η παράγωγος της f στο x_0 ;

(Μονάδες 2)

A5) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**:

α) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $(\eta \mu x)' = -\sigma \nu x$.

β) Αν για την τιμή x_2 μίας ποσοτικής μεταβλητής X ισχύει $F_2 = 15$, τότε συμπεραίνουμε ότι το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της x_2 είναι 15.

γ) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

δ) Για την αθροιστική συχνότητα της τιμής x_3 μίας ποσοτικής μεταβλητής X ισχύει σε κάθε περίπτωση $N_3 = v_2 + v_3$.

ε) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ είναι το \mathbb{R} .

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Στα πλαίσια ενός πειράματος, ένας ερευνητής μέτρησε τον χρόνο (σε λεπτά) που χρειάζονται 200 μαθητές για να μάθουν απ' έξω ένα κείμενο και συμπέρανε τα εξής:

- Ο κάθε μαθητής χρειάστηκε 10, 15, 25 ή 30 λεπτά για να μάθει απ' έξω το κείμενο.
- Οι 140 μαθητές χρειάστηκαν τουλάχιστον 15 λεπτά για να μάθουν απ' έξω το κείμενο.
- Το 68% των μαθητών χρειάστηκαν το πολύ 15 λεπτά για να μάθουν απ' έξω το κείμενο.
- Οι 180 μαθητές χρειάστηκαν λιγότερα από 30 λεπτά για να μάθουν απ' έξω το κείμενο.

B1) Να φτιάξετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων (απόλυτων, σχετικών και αθροιστικών) για τη μεταβλητή $X = \text{«χρόνος αποστήθισης κειμένου»}$.

(Μονάδες 8)

B2) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων για τη μεταβλητή $X = \text{«χρόνος αποστήθισης κειμένου»}$.

(Μονάδες 6)

B3) Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που χρειάστηκαν το πολύ 15 λεπτά για να μάθουν απ' έξω το κείμενο.

(Μονάδες 4)

B4) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 15 και το πολύ 25 λεπτά για να μάθουν απ' έξω το κείμενο.

(Μονάδες 4)

B5) Ο ερευνητής αποφάσισε ότι το 32% των μαθητών με τον χειρότερο χρόνο αποστήθισης θα πρέπει να επαναλάβει το πείραμα. Πόσα λεπτά τουλάχιστον χρειάστηκε ένας μαθητής ο οποίος θα πρέπει να επαναλάβει το πείραμα;

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^3 - (\alpha + 2)x + \alpha + 1}{x - 1}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Γ1) Να προσδιορίσετε τον τύπο της f αν $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x^2 - 1}$.

(Μονάδες 4)

Γ2) Αν $\alpha = 5$, τότε:

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της f , να απλοποιήσετε τον τύπο της f και να βρείτε την f' .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i) όταν ο ρυθμός μεταβολής της f στο x_0 είναι ίσος με 5

ii) όταν αυτή σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45°

iii) όταν αυτή είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -x + 2021$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Δ

Ρωτήσαμε τους $v = -10 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - \sqrt{x} + 1}$ κατοίκους μίας πολυκατοικίας να

χαρακτηρίσουν το μέγεθος του διαμερίσματός τους και τα αποτελέσματα που πήραμε εμφανίζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

Μέγεθος διαμερίσματος (x_i)	Συχνότητα (v_i)	Σχετική Συχνότητα (f_i)	Σχετική Συχνότητα % ($f_i\%$)
Πολύ μικρό			7,5
Μικρό			
Μεσαίο		0,525	
Μεγάλο			
Πολύ μεγάλο	6		
Σύνολο			

Αν οι κάτοικοι που χαρακτήρισαν το διαμέρισμά τους «Μικρό» είναι τόσoι όσοι και οι κάτοικοι που χαρακτήρισαν το διαμέρισμά τους «Μεγάλο», τότε:

Δ1) Να βρείτε πόσους κατοίκους έχει συνολικά η πολυκατοικία.

(Μονάδες 6)

Δ2) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο με αριθμητικές τιμές τον πίνακα που δίνεται στην εκφώνηση.

(Μονάδες 7)

Δ3) Να φτιάξετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων για τη μεταβλητή $X =$ «Μέγεθος διαμερίσματος».

(Μονάδες 5)

Δ4) Να φτιάξετε σημειόγραμμα για τη μεταβλητή $X =$ «Μέγεθος διαμερίσματος».

(Μονάδες 2)

Δ5) Τι μέγεθος έχουν τα περισσότερα διαμερίσματα της πολυκατοικίας σύμφωνα με την άποψη των ενοίκων τους;

(Μονάδες 5)