

ΛΥΣΗ

α)

- i. Αφού είναι $\Delta\Gamma = \Delta B$ από δεδομένα, το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ θα είναι ισοσκελές με βάση τη $B\Gamma$. Οπότε θα είναι $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}$ (1) ως γωνίες προσκείμενες στη $B\Gamma$.
- ii. Αφού η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{\Delta}B$ θα είναι $\widehat{\Delta}_1 = \frac{A\widehat{\Delta}B}{2}$ (2). Η γωνία $A\widehat{\Delta}B$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου $B\Delta\Gamma$, οπότε θα είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του. Δηλαδή θα ισχύει $A\widehat{\Delta}B = \widehat{B}_1 + \widehat{\Gamma}$ και επειδή είναι $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}$ (από σχέση (1)) θα είναι $A\widehat{\Delta}B = 2\widehat{\Gamma}$ (3)
Άρα, η σχέση (2) γίνεται $\widehat{\Delta}_1 = \frac{2\widehat{\Gamma}}{2} = \widehat{\Gamma}$ (4).
- iii. Οι ΔE και ΓB θα είναι παράλληλες γιατί τεμνόμενες από την $B\Delta$ σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες $\widehat{\Delta}_1$ και \widehat{B}_1 ίσες (αφού $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Gamma}$ από σχέση (4) και $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}$ από τη σχέση (1)). Οπότε η διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{\Delta}B$ είναι παράλληλη στο τμήμα $B\Gamma$.

β) Έχουμε ότι $A\widehat{\Delta}B = 2\widehat{\Gamma}$ (από σχέση (3)), οπότε θα είναι $70^\circ = 2\widehat{\Gamma}$, άρα $\widehat{\Gamma} = 35^\circ$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) οι γωνίες $A\widehat{B}\Gamma$ και $\widehat{\Gamma}$ είναι οξείες, οπότε θα είναι συμπληρωματικές, δηλαδή $A\widehat{B}\Gamma + \widehat{\Gamma} = 90^\circ$. Επομένως θα είναι $A\widehat{B}\Gamma + 35^\circ = 90^\circ$, άρα $A\widehat{B}\Gamma = 55^\circ$.