

α) Οι γωνίες \widehat{ABO} και $\widehat{ΓΔΟ}$ είναι ίσες, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ϵ_1 και ϵ_2 που τέμνονται από την $ΒΔ$.

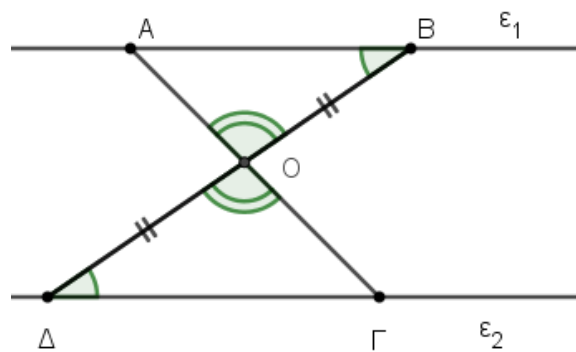
β) Τα τρίγωνα $ΑΒΟ$ και $ΓΔΟ$ έχουν:

$ΒΟ = ΟΔ$, από υπόθεση,

$\widehat{ΑΟΒ} = \widehat{ΔΟΓ}$, ως κατακορυφήν,

$\widehat{ΑΒΟ} = \widehat{ΓΔΟ}$, από το α) ερώτημα.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία.

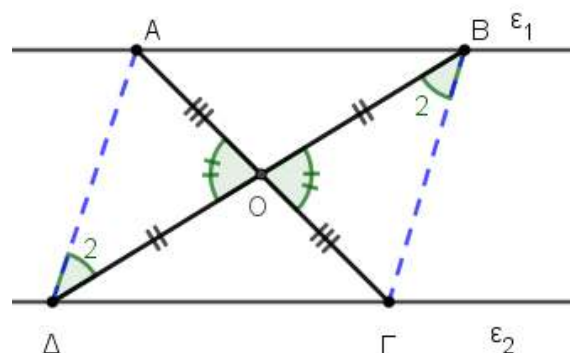


γ) Φέρνουμε τις $ΑΔ$ και $ΒΓ$. Τα τρίγωνα $ΑΔΟ$ και $ΒΟΓ$ έχουν:

$ΑΟ = ΟΓ$, γιατί είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{ΑΒΟ}$ και $\widehat{ΓΔΟ}$ αντίστοιχα των ίσων τριγώνων $ΑΒΟ$ και $ΓΔΟ$,

$ΟΔ = ΒΟ$, από υπόθεση,

$\widehat{ΑΟΔ} = \widehat{ΒΟΓ}$, ως κατακορυφήν.



Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επειδή έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες. Επομένως, οι γωνίες $\widehat{Δ}_2$ και $\widehat{Β}_2$ είναι ίσες γιατί είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές $ΑΟ$ και $ΟΓ$ αντίστοιχα.

Άρα, οι ευθείες $ΑΔ$ και $ΒΓ$ είναι παράλληλες γιατί τέμνονται από την $ΒΔ$ και σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες $\widehat{Δ}_2$ και $\widehat{Β}_2$ ίσες.