

ΛΥΣΗ

α) Αφού οι γωνίες $\hat{\beta}$ και $\hat{\alpha}$ είναι παραπληρωματικές, άρα θα ισχύει $\hat{\beta} + \hat{\alpha} = 180^\circ$
με $\hat{\beta} = 114^\circ$, οπότε θα είναι $114^\circ + \hat{\alpha} = 180^\circ$ ή $\hat{\alpha} = 180^\circ - 114^\circ$, άρα $\hat{\alpha} = 66^\circ$ (1).

Η γωνία $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας $\hat{\beta}$, οπότε θα είναι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} + \hat{\beta} = 180^\circ$ με $\hat{\beta} = 114^\circ$, οπότε θα είναι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} + 114^\circ = 180^\circ$ ή $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ - 114^\circ$, άρα $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 66^\circ$ (2).

Έχουμε $\widehat{A\hat{\Gamma}B} = \hat{\alpha}$, ως κατακορυφήν γωνίες με $\hat{\alpha} = 66^\circ$ (από σχέση (1)), οπότε $\widehat{A\hat{\Gamma}B} = 66^\circ$ (3).

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{\Gamma}B} = 66^\circ$.

β) Επειδή είναι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{\Gamma}B}$ από το α) ερώτημα, το τρίγωνο θα είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις AB, ΑΓ και βάση τη ΒΓ.

γ) Για τις γωνίες του τριγώνου ABΓ ισχύει $\widehat{B\hat{A}\Gamma} + \widehat{A\hat{\Gamma}B} + \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ$ με $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{\Gamma}B} = 66^\circ$ (από σχέση (4) του α) ερωτήματος), οπότε $\widehat{B\hat{A}\Gamma} + 66^\circ + 66^\circ = 180^\circ$
ή $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 180^\circ - 132^\circ$, άρα $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 48^\circ$.

