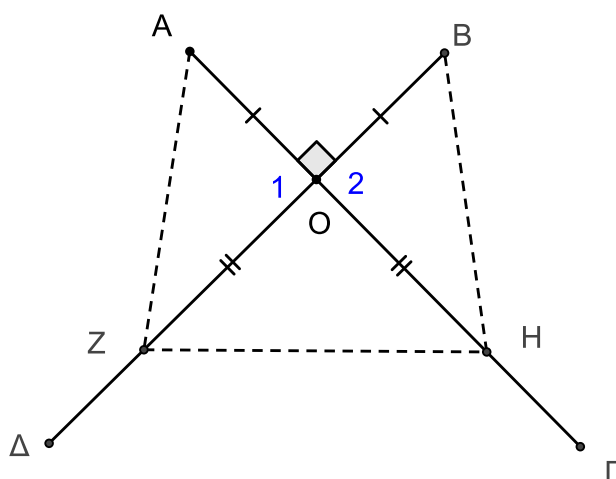


ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα ΟΑΖ και ΟΒΗ έχουν:

- $OA = OB$ από δεδομένα
- $OZ = OH$ από δεδομένα
- $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = 90^\circ$, γιατί τα τμήματα ΑΓ και ΒΔ τέμνονται κάθετα.

Συνεπώς, τα τρίγωνα ΟΑΖ και ΟΒΗ είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια και έχουν τις κάθετες πλευρές ίσες μία προς μία.



β) Αφού τα τρίγωνα ΟΑΖ και ΟΒΗ του ερωτήματος α) είναι ίσα θα έχουν και όλα τα άλλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα. Δηλαδή, θα είναι $O\widehat{A}Z = O\widehat{B}H$ (ισότητα 1) ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΟΖ και ΟΗ αντίστοιχα, καθώς και $AZ = BH$ (ισότητα 3) ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες \widehat{O}_1 και \widehat{O}_2 αντίστοιχα.

Συνεπώς, άμεσα συμπεράσματα της ισότητας των τριγώνων του α) ερωτήματος είναι οι ισότητες 1 και 3.

γ) Από το β) ερώτημα έχουμε ότι είναι $AZ = BH$. Επειδή το Z είναι σημείο της ΔΒ και η ΔΒ είναι κάθετη στην ΑΓ από τα δεδομένα, θα είναι $AZ = ZH$ όταν η ΔΒ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΗ. Οπότε είναι $OA = OH$ (1).

Όμοια, επειδή το Η είναι σημείο της ΑΓ και η ΑΓ είναι κάθετη στην ΔΒ από τα δεδομένα, θα είναι $ZH = HB$ όταν η ΑΓ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΖΒ. Οπότε θα είναι $OB = OZ$ (2).

Από (1) και (2) θα προκύπτει ότι για να είναι το ΖΗ ίσο με το ΑΗ και το ΒΗ αρκεί να είναι $OA = OZ = OH = OB$.