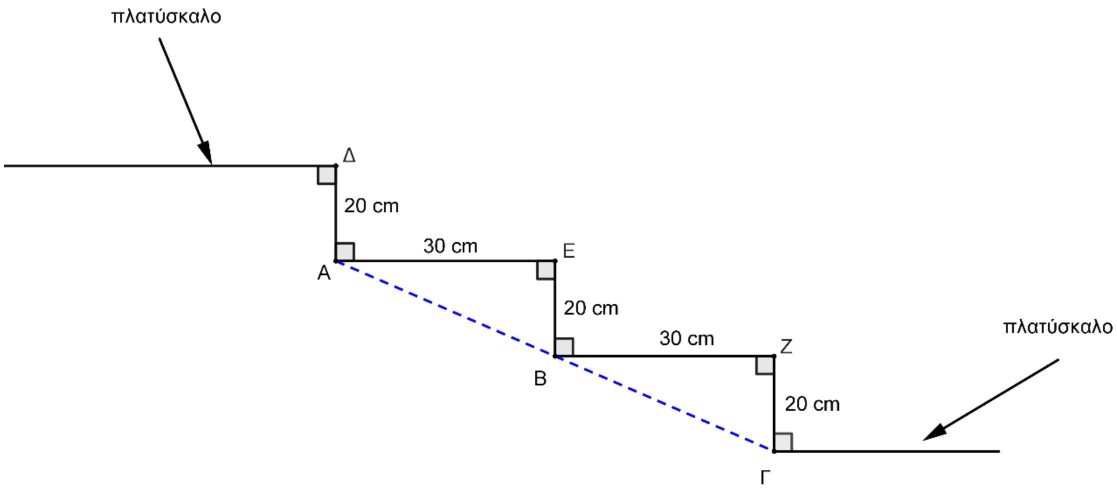
ΛΥΣΗ



Έστω ΑΒ και ΓΒ οι αποστάσεις των σημείων Α και Γ από το σημείο Β.

α) Τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΒΖΓ έχουν:

- ΑΕ = ΒΖ = 30cm
- ΕΒ = ΖΓ = 20cm
- $\hat{\mathrm{E}}$ = $\hat{\mathrm{Z}}$ = 90^0

Οπότε τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΒΖΓ είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία. Επομένως θα έχουν και τις αντίστοιχες υποτείνουσές τους ΑΒ και ΒΓ ίσες, δηλαδή ΑΒ = ΒΓ. Άρα τα σημεία Α και Γ απέχουν το ίδιο από το σημείο Β.

β) Για να βρίσκονται τα σημεία Α, Β και Γ στην ίδια ευθεία αρκεί να δειχθεί ότι η γωνία $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma$ είναι ευθεία γωνία ή ότι $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = 180^0$.

Είναι $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{E} + \hat{\mathrm{B}} + \mathrm{Z}\hat{\mathrm{B}}\Gamma$ (1)

Όμως είναι $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{E} = \mathrm{B}\hat{\Gamma}\mathrm{Z}$ (2), ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΕ και ΒΖ αντίστοιχα των ίσων τριγώνων ΑΕΒ και ΒΖΓ του α) ερωτήματος.

Από τα δεδομένα έχουμε ότι $\hat{\mathrm{B}} = 90^0$ (2)

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ οι οξείες γωνίες του $\mathrm{B}\hat{\Gamma}\mathrm{Z}$ και $\mathrm{Z}\hat{\mathrm{B}}\Gamma$ είναι συμπληρωματικές, δηλαδή $\mathrm{B}\hat{\Gamma}\mathrm{Z}+ \mathrm{Z}\hat{\mathrm{B}}\Gamma=90^o$ (3), οπότε λόγω της σχέσης (2) είναι $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{E} + \mathrm{Z}\hat{\mathrm{B}}\Gamma=90^o$ (4)

Οπότε η σχέση (1) λόγω της σχέσης (4) δίνει $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = 90^0 + 90^0 = 180^0$.

Συνεπώς τα σημεία Α,Β και Γ θα βρίσκονται στην ίδια ευθεία.