

ΘΕΜΑ 4

Ένα παιχνίδι κρέμεται με ένα ελατήριο από το ταβάνι. Το ελατήριο ταλαντώνεται και το ύψος του παιχνιδιού σε cm από το πάτωμα, συναρτήσει του χρόνου t (sec) δίνεται από τη σχέση:

$$h(t) = \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t) + \beta, \text{ με } \alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ και } \omega > 0.$$

Το ελάχιστο ύψος του παιχνιδιού από το πάτωμα είναι $20cm$ και το μέγιστο $100cm$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το ύψος παίρνει την ελάχιστη τιμή του και ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης (θέσεις: ελάχιστο – ηρεμία – μέγιστο – ηρεμία – ελάχιστο) είναι 6 sec .

α) Να δείξετε ότι $\omega = \frac{\pi}{3}$.

(Μονάδες 5)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές των α και β και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

γ) Να υπολογίσετε το ύψος του παιχνιδιού από το πάτωμα 14 sec μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

(Μονάδες 8)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(t)$, για $0 \leq t \leq 12$.

(Μονάδες 6)