

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**18/03/2023**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν  $x_1, x_2$  οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης  $ax^2+bx+c=0$ ,  $a \neq 0$  τότε να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της είναι  $S = -\frac{b}{a}$  και το γινόμενο τους  $P = \frac{c}{a}$

**(Μονάδες 6)**

**A2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $ax^2+bx+c=0$ ,  $a \neq 0$  με τη χρήση των  $S$  και  $P$  μετασχηματίζεται σε  $x^2-Sx+P=0$

**(Μονάδες 4)**

**A3.** Να δοθεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού  $a$ .

**(Μονάδες 5)**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με  $\Sigma$  αν είναι σωστές και με  $\Lambda$  αν είναι λανθασμένες.

1. Αν η διακρίνουσα μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι αρνητική τότε έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
2. Η εξίσωση  $x^n=a$ , με  $n$  άρτιο και  $a$  θετικό, έχει μια διπλή ρίζα.
3. Ισχύει ότι αν  $|x| < \theta$  τότε  $-\theta < x < \theta$  για κάθε πραγματικό αριθμό  $\theta$ .
4. Η εξίσωση  $\lambda x=5$  είναι αόριστη για  $\lambda=5$ .
5. Η εξίσωση  $x^2+5x-6=0$  έχει  $S=-5$  και  $P=-6$

**(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι ανισώσεις  $-x^2 + 5x - 6 < 0$  και  $x^2 - 16 \leq 0$

**B1.** Να βρεθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1), (2).

**(Μονάδες 12)**

**B2.** Να παρασταθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρεθούν οι κοινές τους λύσεις.

(Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + 5\lambda = 0$  να έχει δύο ετερόσημες ρίζες.

(Μονάδες 12)

Γ2. Να λυθεί η ανίσωση  $1 < ||x-1| - 4| \leq 3$

(Μονάδες 6)

Γ3. Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{2x^2 - 10x + 12}{x^2 - 2x - 3}$

i) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση A, να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε.

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $A=3x$ , όπου A η απλοποιημένη μορφή της παράστασης.

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0 \quad (1) \quad \text{με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , η (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

(Μονάδες 10)

Δ2. Αν  $x_1$  και  $x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1):

i) Να βρείτε το  $S = x_1 + x_2$ .

ii) Να βρείτε το  $P = x_1 \cdot x_2$  ως συνάρτηση του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .

(Μονάδες 5)

Δ3. Αν η μία ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός  $2 + \sqrt{3}$  τότε:

i) να αποδείξετε ότι η άλλη ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός  $2 - \sqrt{3}$ ,

ii) να βρείτε το  $\lambda$ .

(Μονάδες 10)

**Καλή επιτυχία!!!**