ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ
23/ 03 / 2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω $t_1, t_2, ..., t_\nu$ οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν που έχουν μέση τιμή $\bar{x}$. Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1 - \bar{x}$, $t_2 - \bar{x}, ..., t_\nu - \bar{x}$ Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

Μονάδες 7

Α2. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέγεται συνεχής;

Μονάδες 4

Α3. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α, παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν η παραγωγίσιμη συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ τότε ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β. Ισχύει ότι $N_1 + N_2 + ... + N_\kappa = \nu$, $\kappa \le \nu$.

γ. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες τότε $\left(f(g(x))\right)' = f\left(g'(x)\right) \cdot g'(x)$

δ. Στην κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $\left(\bar{x} - s, \bar{x} + s\right)$

ε. Η διάμεσος είναι μέτρο διασποράς.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής Χ ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων ισούται με 20 και ότι η διασπορά των παρατηρήσεων ισούται με 16 να βρείτε:

Β1. Την τυπική απόκλιση

Μονάδες 5

Β2. Τι ποσοστό των παρατηρήσεων παίρνει τιμές από 12 έως 28

Μονάδες 5

Β3. Τι ποσοστό των παρατηρήσεων παίρνει τιμές από 24 και πάνω

Μονάδες 5

Β4. Τι ποσοστό των παρατηρήσεων παίρνει τιμές από 20 έως 32

Μονάδες 5

Β5. Τι ποσοστό των παρατηρήσεων παίρνει τιμές από 12 έως 16 και από 20 έως 24

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{2x}{x+1}$

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

Μονάδες 5

Γ3. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της f

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης f στο σημείο της Α(1,2).

Μονάδες 5

Γ5. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση f.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Οι 10 μαθητές ενός τμήματος της Γ΄ Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών, πήραν τις παρακάτω βαθμολογίες: 12, 18, 16, 14, 15, 18, 13, 14, 17, 13.

Δ1. Να υπολογίσετε το εύρος και την διάμεσο των παρατηρήσεων.

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε τη μέση βαθμολογία και τον συντελεστή μεταβολής των βαθμών.

Μονάδες 9

Δ3. Να εξετάσετε αν τα γραπτά παρουσιάζουν ομοιογένεια ως προς την βαθμολογία.

Μονάδες 4

Δ4. Ο καθηγητής αποφάσισε να «βοηθήσει» τους μαθητές του και για αυτό σκέφτηκε να αυξήσει όλες τις βαθμολογίες κατά 2 μονάδες στο κάθε ένα γραπτό. Πώς θα επηρεάσει η παραπάνω ενέργεια του καθηγητή τη μέση βαθμολογία και την τυπική απόκλιση των βαθμολογιών;

Μονάδες 6

Δίνεται: $\sqrt{4,2}\approx 2,05$

ΣΠΟΥΔΗ