ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

10/ 02 / 2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω οι συναρτήσεις f και g παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο Α. Να αποδείξετε ότι:

$$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$$, για κάθε $x \in A$

Μονάδες 7

Α2. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α. Ποια συνάρτηση ονομάζεται πρώτη και ποια δεύτερη παράγωγος της f;

Μονάδες 4

Α3. Έστω $t_1, t_2, \ldots, t_v$ οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ. Τι ορίζουμε ως μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων αυτών.

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

β. Ισχύει ότι $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$.

γ. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

δ. Ισχύει ότι $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$.

ε. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται μόνο στην περίπτωση των ποιοτικών μεταβλητών.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

Μονάδες 7

β. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

Μονάδες 9

γ. Να αποδείξετε ότι $f'(x)=1, \quad x\neq 1$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παρακάτω συνάρτηση :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x+2022$$

α. Να δείξετε ότι $f'(x)=x^2-x-6$.

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε το όριο $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f'(x)}{\sqrt{x^2-3}-1}$.

Μονάδες 6

β. Να βρείτε για ποια διαστήματα του x η γραφική παράσταση της $f'(x)$ βρίσκετε πάνω από τον άξονα x΄x, δηλαδή ισχύει $f'(x)>0$

Μονάδες 8

δ. Να βρείτε την μέση τιμή των τιμών:

$$f''(4),\ f''(5),\ f''(6),\ f''(7),\ f''(8),\ f''(9),\ f''(10)$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στις ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας.

Ηλικίες	x_i	v_i	f_i	N_i	$F_i\%$	x_iv_i
[25 , 35)			0,25			
[35 , 45)		16		26		
[45 , 55)						
[55 , 65)			0,15			
Σύνολο						

α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

ΣΠΟΥΔΗ

Μονάδες 6

Να βρείτε:

β. τη μέση τιμή

Μονάδες 8

γ. το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία μεγαλύτερη ή ίση των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών.

Μονάδες 3

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\sqrt{\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}+2\overline{\mathrm{x}}-81}, \mathrm{x}\in\mathbb{R}$ όπου $\overline{\mathrm{x}}$ η μέση τιμή που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα Δ1β.

α. Να αποδείξετε ότι: $\mathrm{f}'(\mathrm{x})=\dfrac{\mathrm{x}-1}{\sqrt{\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}+4}}$.

β. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της συνάρτησης f στο σημείο $\mathrm{A}\left(0, f\left(0\right)\right)$.

γ. Να εξετάσετε αν υπάρχει εφαπτομένη της συνάρτησης f η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y=x+12$.

Μονάδες 8

ΣΠΟΥΔΗ