ΣΠΟΥΔΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

e-spoudi

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

27/ 04 / 2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α2. Να δώσετε τον ορισμό του σταθμικού μέσου ενός δείγματος ν παρατηρήσεων.

Μονάδες 5

Α3. Έστω οι συναρτήσεις f και g παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο Α. Να αποδείξετε ότι:

$$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$$, για κάθε $x \in A$

Μονάδες 5

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν x_i είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ, τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i.

β. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell_1$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \ell_2$, όπου ℓ_1, ℓ_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right) = \ell_1 \cdot \ell_2$.

γ. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

δ. Ισχύει ότι $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)}$.

ε. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος σε λεπτά που χρειάστηκαν 20 υποψήφιοι για να απαντήσουν σε μία ερώτηση φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	**Αριθμός υποψηφίων** v_i	**Σχετική Συχνότητα** $f_i\%$
[0,2)	1	
[2,4)	7	
[4,6)	4	
[6,8)		
[8,10)	1	
ΣΥΝΟΛΑ	20	100

Β1. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

Μονάδες 6

Β2. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του χρόνου που χρειάστηκαν οι υποψήφιοι για να απαντήσουν στην ερώτηση.

Μονάδες 5

Β3. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον τέσσερα λεπτά για να απαντήσουν στην ερώτηση;

Μονάδες 5

Β4. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό $(f_i\%)$.

Μονάδες 6

Β5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό $(f_i\%)$ και τον οριζόντιο άξονα.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x)=2x^3-3\kappa x^2+\kappa,\ \kappa \in \mathbb{R} \text{ και } x \in \mathbb{R}$$

i. Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο M(1,f(1)), είναι παράλληλη στον άξονα x'x, να υπολογίσετε τον αριθμό κ.

Μονάδες 7

ii. Αν κ=1, τότε να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f που έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης. Ποια είναι η τιμή αυτού του συντελεστή διεύθυνσης;

Μονάδες 7

iii. Αν κ=1, τότε να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο $(-1, f'(-1))$.

Μονάδες 6

ΣΠΟΥΔΗ

Γ2. Η διαφορά δύο αριθμών ισούται με 10. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει το γινόμενό τους.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής Χ ακολουθούν την κανονική κατανομή με διάμεσο δ = 8, μέση τιμή $\bar{x}$, και τυπική απόκλιση s. Επιπλέον, δίνεται η συνάρτηση $f(x)=-\frac{x^3}{3}+\bar{x}\cdot\frac{x^2}{2}-12x+1$, η οποία παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x=s$.

Δ1. Να βρεθεί η μέση τιμή $\bar{x}$.

Μονάδες 3

Δ2. Για $\bar{x}=8$, να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατά της και να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s.

Μονάδες 9

Δ3. Για $s=2$, αν το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στα (4,6) και (8,10) είναι 950, να βρεθεί το μέγεθος ν του δείγματος.

Μονάδες 5

Δ4. Για $v=2000$, να βρεθεί το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα (10,12).

Μονάδες 3

Δ5. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της σταθεράς $c>0$, που πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμία από τις τιμές της μεταβλητής Χ, ώστε να προκύψει ομοιογενές δείγμα.

Μονάδες 5

ΣΠΟΥΔΗ