ΣΠΟΥΔΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

e-spoudi

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

21/10/2023

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω σχέσεις:

α) $f_1 + f_2 + ... + f_\kappa = 1$ β) $0 \le f_i \le 1$ με $i = 1, ..., \kappa$

όπου f_i : οι σχετικές συχνότητες ενός δείγματος ν παρατηρήσεων με κ διαφορετικές τιμές

Μονάδες 6

Α2. i) Να δώσετε τον ορισμό της πραγματικής συνάρτησης. (Μονάδες 5)

ii) Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (Μονάδες 2)

iii) Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (Μονάδες 4)

Μονάδες 11

Α3. Αν ισχύουν $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = l_1$ και $\lim\limits_{x \to x_o} g(x) = l_2$ με $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$,να συμπληρώσετε τις ακόλουθες προτάσεις:

i. $\lim\limits_{x \to x_o} \left(f(x) + g(x) \right) =$

ii. $\lim\limits_{x \to x_o} \dfrac{f(x)}{g(x)} =$

iii. $\lim\limits_{x \to x_o} \left(f(x) \right)^{\nu} =$

iv. $\lim\limits_{x \to x_o} \left(\kappa \cdot f(x) \right) =$

Μονάδες 4

Α4. . Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**:

I. Η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 7x + 6}}{2x - 2} - 4x + 3$ έχει πεδίο ορισμού το $(-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$.

II. Ένα δείγμα καλείται αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού, αν η επιλογή του δείγματος έχει γίνει με σωστό τρόπο έτσι ώστε τα συμπεράσματα που θα προκύψουν από τη μελέτη του να ισχύουν με ικανοποιητική ακρίβεια για ολόκληρο τον πληθυσμό.

III. Αν η μεταβλητή Χ παίρνει τιμές $x_1, x_2, \ldots, x_κ$, τότε ισχύει πάντα ότι $ν_1+ν_2+\ldots+ν_κ = 1$.

IV. Η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x_i	$ν_i$	f_i	f_i %	N_i	F_i	F_i %
1					0,1	
2		0,1				
3						50
4				40		
Σύνολο				-	-	-

Μονάδες 11

Β2. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ώρες που αφιέρωσαν 25 μαθητές της Γ τάξης για το εβδομαδιαίο διάβασμα τους.

x_i	$ν_i$	f_i	f_i %	N_i	F_i	F_i %
13	8					
15	5					
18	5					
22	7					
Σύνολο				-	-	-

α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

β. Να βρείτε: i) πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον 18 ώρες;
ii) το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν 13 ώρες.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x)=\frac{x+1}{x^2+x+1}$

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 4

Γ2. Να βρείτε τα σημεία που η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες χ'χ και y'y

Μονάδες 8

Γ3. Έστω η συνάρτηση g με τύπο $g(x)=x^2+\alpha+1$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=-1$

Μονάδες 5

β) Να ορίσετε την συνάρτηση $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x^2-\alpha x+3\alpha-9}{x^2-3x}, \alpha\in\mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\frac{\alpha-2}{3}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 4

Δ2. Να αποδείξετε ότι ο τύπος της f μπορεί να γραφεί ως εξής : $f(x)=\frac{x+3-\alpha}{x}$

και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι $\alpha=4$.

Μονάδες 8

Δ3. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

i. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2-1}$.

Μονάδες 6

ii. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\left(\sqrt{x+4}-2\right)f(x)\right]$.

Μονάδες 7

ΣΠΟΥΔΗ